

★ **EXERCICE 1** (Cours)

Rappeler (et prouver) la propriété concernant l'équivalence d'une matrice à une matrice par bloc d'une certaine forme.

★ **EXERCICE 2** (Cours)

Rappeler (et prouver) la caractérisation des systèmes compatibles.

★ **EXERCICE 3** (Cours)

Rappeler (et prouver) la structure de l'ensemble des solutions d'un système linéaire.

★ **EXERCICE 4**

Résoudre les systèmes linéaires suivants.

$$(\mathcal{S}_1) : \begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \quad (\mathcal{S}_2) : \begin{cases} x + 2z = 1 \\ -y + z = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

★ **EXERCICE 5**

Résoudre les systèmes linéaires suivants.

$$(\mathcal{S}_1) : \begin{cases} -3t + x + y + z = 1 \\ t + 2x + y - z = -1 \end{cases} \quad (\mathcal{S}_2) : \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ x + 3y - z = 11 \\ 2x + 5y - 5z = 13 \\ x + 4y + z = 18 \end{cases}$$

★ **EXERCICE 6**

Soit $m \in \mathbb{R}$ un réel. On considère le système suivant.

$$(\mathcal{D}) : \begin{cases} x + my = -3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$$

- Résoudre le système (\mathcal{D}) en fonction de m .
- Quelle interprétation géométrique peut-on faire ?

★ **EXERCICE 7**

Résoudre, suivant la valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$, le système suivant.

$$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

★ **EXERCICE 8**

Résoudre, suivant la valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$, le système suivant.

$$\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$$

★ **EXERCICE 9**

Soit $a \in \mathbb{R}$. Résoudre le système suivant en fonction de a .

$$(\mathcal{A}) : \begin{cases} ax + (1-a)y + (1-a)z = a^2 \\ ax + (1+a)y + (1+a)z = a - a^2 \\ x + y + z = 1 - a \end{cases}$$

★ **EXERCICE 10**

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Étudier l'existence de solutions du système suivant.

$$(\mathcal{B}) : \begin{cases} x + by + az = 1 \\ x + aby + z = b \\ ax + by + z = 1 \end{cases}$$

★ **EXERCICE 11**

Déterminer tous les triplets $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ tels que le polynôme

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

vérifie

- $P(-1) = 5$, $P(1) = 1$ et $P(2) = 2$.
- $P(-1) = 4$ et $P(2) = 1$.

★ **EXERCICE 12**

Trouver trois réels $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ tels que pour tout polynôme $P \in \mathbb{R}_3[x]$ de degré au plus 3, la relation

$$\int_2^4 P(x)dx = \alpha P(2) + \beta P(3) + \gamma P(4)$$

soit satisfaite.