Exercice 1 (Cours)
Donner la définition de la fonction arcsin, ainsi que les relations fonctionnelles associées.

Exercice 2 (Cours)
Donner la définition des fonctions *cosinus hyberbolique* et *sinus hyperbolique*, ainsi que leurs propriétés.

Exercice 3 (Cours)
Donner la définition de la fonction arctan, ainsi que les relations fonctionnelles associées.

Exercice 4 (Cours)
Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$, on a

$$\arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}.$$

Exercice 5
Résoudre l'équation

$$\cosh(x) = 2.$$

Exercice 6
Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$ et tout $n \geq 1$, on a

$$\left(\frac{1 + \tanh(x)}{1 - \tanh(x)}\right)^n = \frac{1 + \tanh(nx)}{1 - \tanh(nx)}.$$

Exercice 7
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x \sinh\left(\frac{1}{x}\right)$.

1. Étudier la parité de f.
2. Étudier le comportement de f en $\pm\infty$ et en 0.
3. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$, et calculer sa dérivée.
4. Justifier que pour tout $y \in \mathbb{R}_+$, $\tanh(y) \leq y$. En déduire le tableau de variations de f, puis tracer la courbe représentative de f.

Exercice 8
Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \arcsin(2x\sqrt{1 - x^2}).$$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. En posant $x = \sin t$, simplifier l'écriture de f.

Exercice 9
Dans cet exercice on se propose de calculer la somme

$$S = \arctan(2) + \arctan(5) + \arctan(8).$$

1. Calculer $\tan(y)$ où $y = \arctan(2) + \arctan(8)$.
2. En déduire que $S = \pi + \arctan(-\frac{2}{3}) + \arctan(5)$.
3. Calculer $\tan(z)$, où $z = \arctan(-\frac{2}{3}) + \arctan(5)$, et en déduire la valeur de S.

Exercice 10
Résoudre l'équation

$$x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x.$$

Exercice 11
Déterminer les limites suivantes.

$$(1) \lim_{x\to+\infty} \frac{(x^x)^x}{x^{(x^x)}} \quad (2) \lim_{x\to+\infty} \frac{a^{(b^x)}}{b^{(a^x)}} \text{ avec } 1 < a < b \quad (3) \lim_{x\to+\infty} \frac{a^{(a^x)}}{x^{(x^a)}} \text{ avec } a > 1$$

Exercice 12
Trouver la plus grande valeur de

$$\sqrt[n]{n}, \ n \in \mathbb{N}^*.$$

Exercice 13
Soit $p \geq 2$ un entier et

$$0 < a_1 < \cdots < a_p$$

des nombres réels positifs.

1. Montrer que, pour tout $a > a_p$, l'équation
$$a_1^x + \cdots + a_p^x = a^x$$
admet une unique solution x_a.
2. Étudier le sens de variation de $a \mapsto x_a$.
3. Déterminer l'existence et calculer $\lim_{a\to\infty} x_a$ et $\lim_{a\to\infty} x_a \ln(a)$.