Exercice 1 (Cours)
Donner les développements limités des fonctions suivantes.
- cos
- sin
- exp
- $x \mapsto \frac{1}{1+x}$
- $x \mapsto \frac{1}{1-x}$
- $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$
- $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x}}$
- $x \mapsto \sqrt{1+x}$
- $x \mapsto \ln(1+x)$

Exercice 2
Donner un équivalent en l'infini de $\ln(x+e^x) - \sqrt{1+x^2}$.

Exercice 3
Donner un équivalent de $e - (1+\frac{1}{n})^n$.

Exercice 4
Pour $m, n \in \mathbb{N}$, calculer $I_{m,n} = \int_0^{2\pi} \cos(mt)\cos(nt)\,\mathrm{d}t$.

Exercice 5
Soit $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ une fonction continue, telle que $\int_0^1 f(t)dt = 0$, on note $m = \min f$ et $M = \max f$. Montrer que $\int_0^1 f^2(t)\,\mathrm{d}t \leq -mM$.

Exercice 6
On définit f par $f(x) = \dfrac{x^2-4}{2^x-2}$ pour $x \neq 2$. Montrer que f admet un prolongement dérivable en 2, dont on déterminera la valeur et la dérivée.

Exercice 7
Donner un équivalent de $u_n = \sum_{k=1}^n \ln(2k+n)$.

Exercice 8
Donner des primitives des fonctions dont les expressions sont
- te^{t^2}
- $\frac{\ln(t)}{t}$
- $\frac{1}{t\ln(t)}$
- $\frac{t^2}{1+t^3}$
- $t\ln(t)$
- $t\arctan(t)$
- $(t^2-t+1)e^{-t}$
- $(t-1)\sin(t)$.

Exercice 9
Soit $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}$. Montrer que f admet un point fixe.

Exercice 10
Calculer les limites des suites définies par $\sum_{k=1}^n \dfrac{n}{n^2+k^2}$, $\sum_{k=1}^n \dfrac{k}{n^2+k^2}$, $\sum_{k=1}^n \dfrac{1}{\sqrt{n^2+2kn}}$.

Exercice 11
Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue. Montrer qu'il existe $c \in]a,b[$ tel que
$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = f(c).$$