

EXERCICE 1 (Exercice préparé.)

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 1 = 0$.

EXERCICE 2 (Exercice préparé.)

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sin \theta = \cos 2\theta$.

EXERCICE 3 (Exercice préparé.)

Résolve dans $] -\pi; \pi]$ l'inéquation $2 \cos \theta \geq \sqrt{3}$.

EXERCICE 4 (Exercice préparé.)

Résoudre géométriquement la question suivante : à quelle condition $Z = \frac{z+1}{z-i}$ est-il réel ?

EXERCICE 5 (Exercice préparé.)

Soit les points A, B et C d'affixes respectives $1+i, -2-i$ et $-1+4i$. Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle en A .

EXERCICE 6

Résoudre les équations suivantes.

$$(E) : \cos(x) = 0 \qquad (F) : 2(\sin(x) + \sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

$$(G) : \cos^2(x) - \sin^2(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad (H) : \sin(x) \cos(x) = \frac{1}{2}$$

EXERCICE 7

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2 \cos^2(x) - 5 \cos(x) - 3 = 0$.

EXERCICE 8

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $-6 \sin^2(x) - 3 \sin(x) + 3 = 0$.

EXERCICE 9

Calculer les limites des expressions suivantes quand x tend vers 0.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \qquad g(x) = \frac{\sin 3x}{x} \qquad h(x) = \frac{\cos x}{x} \qquad k(x) = \frac{\cos x}{x^2}$$

EXERCICE 10

Montrer que l'équation $\cos(x) \sin(x) = -1$ n'a pas de solutions.

EXERCICE 11

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2 \cos(2x) - 1$.

1. Résoudre $f(x) = 0$ dans \mathbb{R} .
2. Déterminer la plus petite période T de f .

3. Montrer qu'il est possible de restreindre l'étude de f à $[0; \frac{\pi}{2}]$.

4. Construire le tableau de variations de f sur $[-\pi; \pi]$.

EXERCICE 12

Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto \cos^3(x) + \sin^3(x)$.

1. Donner l'ensemble de définition de f , ainsi que son ensemble de dérivabilité.

2. La fonction f est-elle paire ? Impaire ? Périodique ?

3. Prouver que $f(x + \pi) = -f(x)$.

4. Prouver que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = -\frac{3}{\sqrt{2}} \sin(2x) \cos(x + \frac{\pi}{4})$.

5. Faire le tableau de variation de la fonction f .

EXERCICE 13

Écrire sous forme algébrique les nombres suivants

$$a = \frac{1}{3i} \qquad b = \frac{1}{1+i} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{3} + i\sqrt{2}} \qquad d = \frac{1}{3i - \sqrt{3}} \qquad e = \frac{2i - \sqrt{2}}{3+i}$$

EXERCICE 14

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes d'inconnue z . On mettra les solutions sous forme algébrique.

$$(E) : iz + 3(z - i) = 0 \qquad (F) : (2i + 1)z = 1 + i - 2iz \qquad (G) : z = \frac{\bar{z}}{2}$$

EXERCICE 15

Trouver les ensembles de nombres z dans \mathbb{C} tels que

$$(a) z = \bar{z} \qquad (b) z = -\bar{z} \qquad (c) z = i\bar{z} \qquad (d) z = -i\bar{z} \qquad (e) z^2 = z \times \bar{z}$$

EXERCICE 16

Soit $z \neq 0$ un nombre complexe.

1. Prouver que $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}}$ est un nombre réel.

2. Prouver que $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$ est un nombre imaginaire pur.

EXERCICE 17

Soient A, B et C trois points d'affixe respective $a = 4 + i, b = 1 + 3i$ et $c = 4 - \frac{5}{2}i$.

1. Calculer la longueur AB .
2. Le point C appartient-il au cercle de centre A passant par B ?