

EXERCICE 1 (Exercice préparé.)

Étudier la dérivabilité de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f : x \mapsto x\sqrt{x}$.

EXERCICE 2 (Exercice préparé.)

Donner l'ensemble de définition, de dérivabilité, et la dérivée de $f : x \mapsto \ln(\ln(x))$.

EXERCICE 3 (Exercice préparé.)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$.

1. Montrer que $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + u)}{u} = 1$.
2. En déduire que l'on peut prolonger f en 0 par $f(0) = 0$.
3. Ce prolongement est-il dérivable ?

EXERCICE 4 (Exercice préparé.)

Donner la définition de la fonction tangente \tan . Prouver que \tan est π périodique, impaire, et donner sa dérivée.

EXERCICE 5 (Cours)

Donner les expressions de $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$ en fonction de $\cos(a)$, $\cos(b)$, $\sin(a)$ et $\sin(b)$.

EXERCICE 6

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 6}$.

1. Donner l'ensemble de définition de f ainsi que son ensemble de dérivabilité.
2. Étudier les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Donner le sens de variation de f .

EXERCICE 7

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2|2x - 1| - |x + 2| + 3x$.

1. Donner l'ensemble de définition de f ainsi que son ensemble de dérivabilité.
2. Étudier les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Donner le sens de variation de f .

EXERCICE 8

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x + 1}$.

1. Donner l'ensemble de définition de f ainsi que son ensemble de dérivabilité.
2. Étudier les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Donner le sens de variation de f .

EXERCICE 9

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)$.

1. Donner l'ensemble de définition de f ainsi que son ensemble de dérivabilité.
2. Étudier les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Donner le sens de variation de f .

EXERCICE 10

Résoudre les équations suivantes.

1. (E) : $\cos(x) = 0$
2. (F) : $2(\sin(x) + \sqrt{3}) = \sqrt{3}$
3. (G) : $\cos^2(x) - \sin^2(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
4. (H) : $\sin(x) \cos(x) = \frac{1}{2}$

EXERCICE 11

Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto \cos^3(x) + \sin^3(x)$.

1. Donner l'ensemble de définition de f , ainsi que son ensemble de dérivabilité.
2. La fonction f est-elle paire ? Impaire ? Périodique ?
3. Prouver que $f(x + \pi) = -f(x)$.
4. Prouver que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = -\frac{3}{2} \sin(2x) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
5. Faire le tableau de variation de la fonction f .