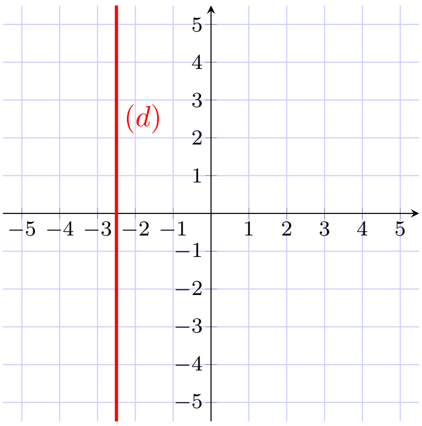
Chapitre 10 : Équations de droites

1 Équations réduites et fonctions affines

1.1 Types de droites

Soit $(O; I, J)$ un repère du plan. Une droite (d) peut être :

— **parallèle** à l'axe des ordonnées ;



— représentée par une droite **verticale**.

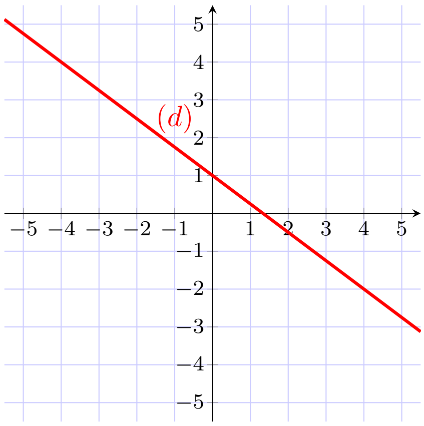
— Elle **ne peut pas** être associée à la courbe d'une **fonction**.

— Elle a une équation du type

$$x = c$$

où $c \in \mathbb{R}$ est un réel.

— **sécante** à l'axe des ordonnées ;



— représentée par une droite **oblique**.

— Elle **peut** être associée à la courbe d'une **fonction affine**.

— Elle a une équation du type

$$y = mx + p$$

où $m,p \in \mathbb{R}$ sont deux réels.

Application 1

Pour chacune des équations de droite suivantes, indiquer si la droite associée est verticale, oblique (ou horizontale). Si la droite coupe l'axe des ordonnées, indiquer les coefficients m et p.

a) $y = 2x - 1$ **b)** $x = -4$ **c)** $y = 5$ **d)** $y = -\dfrac{1}{3}x + 6$

1.2 Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Définition 1 (Équation réduite)

Une équation de la droite (d) de la forme

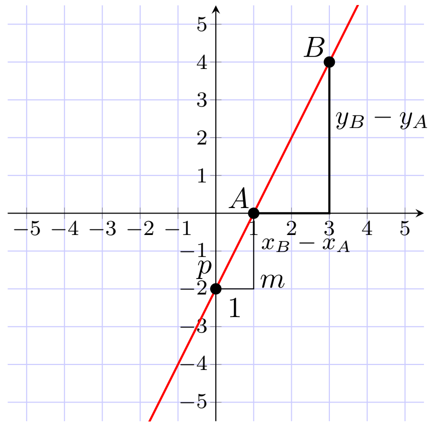
$$y = mx + p$$

est appelée **équation réduite**. Le nombre m est appelé **coefficient directeur** de (d) et p est appelé **ordonnée à l'origine**.

Propriété 1

Soient deux points $A\,(x_A; y_A)$ et $B\,(x_B; y_B)$ avec $x_A \neq x_B$. Le coefficient directeur de la droite (AB) est

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$



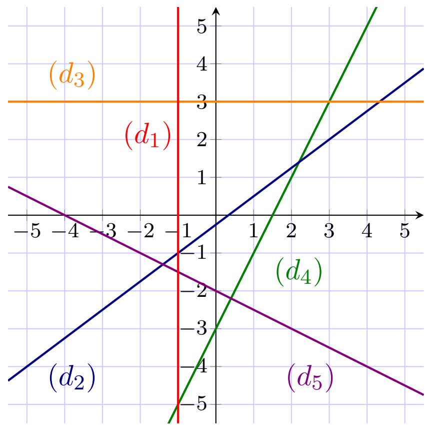
Remarque

On lit graphiquement l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur de la même manière que pour une fonction affine !

Application 2

Déterminer graphiquement les équations réduites de chacune des droites ci-contre.

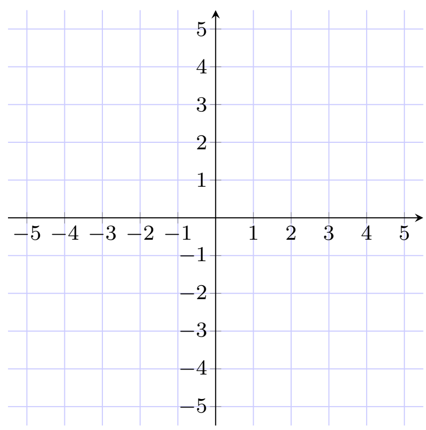
- (d_1) :
- (d_2) :
- (d_3) :
- (d_4) :
- (d_5) :



Application 3

Sur la figure ci-contre, tracer les droites d'équation :

- (d_1) : $y = 1$
- (d_2) : $y = \frac{1}{5}x + 1$
- (d_3) : $x = -4$
- (d_4) : $y = -2 - \frac{2}{3}x$
- (d_5) : $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$



Application 4

Soit la droite (d) passant par les points $A\,(2; 1)$ et $B\,(4; 0)$. Déterminer l'équation de la droite (AB).

2 Vecteur directeur et équation cartésienne

2.1 Vecteur directeur d'une droite

On se place toujours dans un repère $(O; I, J)$ du plan.

Définition 2 (Vecteur directeur)

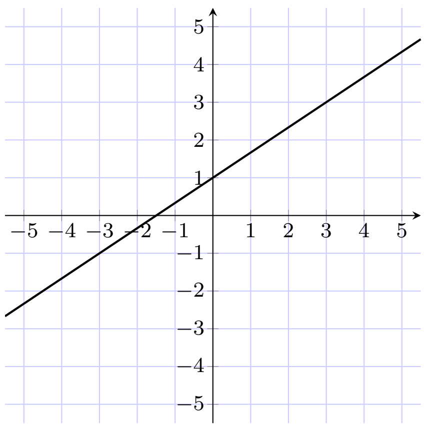
On appelle **vecteur directeur** d'une droite (d) tout représentant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ où A et B sont deux points quelconques distincts de la droite (d).

Remarque

Une droite possède une infinité de vecteurs directeurs.

Exemple 5

Dans l'image ci-contre, les vecteurs de coordonnées $(3; 2)$, $\left(1, \frac{2}{3}\right)$ ou encore $(6; 4)$ sont tous vecteurs directeurs de la droite.



Application 6

Soient deux points $A\,(1; 5)$ et $B\,(-3; 2)$. Déterminer un vecteur directeur de la droite (AB).

2.2 Équation cartésienne

Propriété 2

Dans un repère du plan, toute droite (d) admet une équation de la forme

$$ax + by + c = 0,$$

où a, b sont des réels qui ne peuvent pas être simultanément nuls et où c est un réel quelconque. Un point appartient à (d) si et seulement si ses coordonnées vérifient son équation.

Définition 3 (Équation cartésienne)

L'équation de la propriété ci-dessus s'appelle **équation cartésienne** de la droite (d).

Application 7

Soit (d) la droite d'équation cartésienne

$$5x + 2y - 12 = 0.$$

1. Identifier les coefficients a, b, et c.
2. Les points $A\,(2; 1)$ et $B\,(4; -6)$ appartiennent-ils à la droite (d) ? Justifier.

Application 8

1. Déterminer l'équation cartésienne de la droite ayant pour équation réduite $y = 2x + 1$, puis identifier les coefficients a, b, et c.
2. Déterminer l'équation réduite de la droite ayant pour équation cartésienne

$$2x - 5y + 4 = 0,$$

puis identifier les coefficients m et p.