**Exercice 1.** Simplifier les expressions suivantes.

**a)** $e^{-2}\times e^{6}$ **b)** $e^{4}\times e^{-5}\times e$ **c)** $\left(e^{3}\right)^{2}\times\dfrac{e^{5}}{e^{4}}$ **d)** $\dfrac{\left(e^{-1}\right)^{-5}}{e^{-3}}$

**Exercice 2.** Simplifier les expressions suivantes, où $x\in\mathbb{R}$ est un réel.

**a)** $A=e^{2x-3}\times e^{4-x}$ **b)** $B=(e^{x-1})^{2}\times e^{x+2}$ **c)** $C=\dfrac{e^{x+4}}{e^{1-2x}}$

**d)** $D=\dfrac{2e^{3x}}{(e^{x})^{6}\times e}$ **e)** $E=\dfrac{e^{3-2x}\times(e^{x})^{5}}{e^{x-2}}$ **f)** $F=\dfrac{e\times e^{2x-1}}{4e^{-x-2}}$

**Exercice 3.** Démontrer les égalités suivantes, pour tout réel $x\in\mathbb{R}$ :

**a)** $\dfrac{1}{1+e^{-x}}=\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$ **b)** $e^{-x}-e^{-2x}=\dfrac{e^{x}-1}{e^{2x}}$ **c)** $\dfrac{e^{2}x-1}{e^{x}+1}=e^{x}\times\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-x}}$

**Exercice 4.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2e^{x}$. Vérifier que $f'=f$ et calculer $f(0)$.

**Exercice 5.** Déterminer une fonction $g$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $g'=g$ et $g(0)=\frac{3}{2}$.

**Exercice 6.** On souhaite montrer que, pour tous réels $a$ et $b$, on a $\exp(a+b)=\exp(a)\times\exp(b)$. On fixe un réel $b\in\mathbb{R}$ constant et on définit une fonction $f$ sur $\mathbb{R}$ par, pour tout $x\in\mathbb{R}$,

$$f(x)=\frac{1}{\exp(b)}\times\exp(x+b).$$

1. Calculer $f(0)$.
2. Calculer $f'(x)$, puis montrer que $f'(x)=f(x)$.
   *Indication : on pensera à la formule de la dérivée d'une fonction du type* $f(x)=g(ax+b)$.
3. Déduire des deux questions précédentes la propriété algébrique $\exp(a+b)=\exp(a)\times\exp(b)$.

**Exercice 7.** Développer et réduire les expressions suivantes.

**a)** $A=\left(e^{3}+e^{5}\right)^{2}$ **b)** $B=\left(e^{2}-e^{-2}\right)^{2}$ **c)** $C=\left(e^{6}-e^{-4}\right)\left(e^{6}+e^{-4}\right)$ **d)** $D=\left(2e^{4}-3e^{-1}\right)^{2}$

**Exercice 8.** Soit $t\in\mathbb{R}$ un réel quelconque. Développer et réduire les expressions suivantes.

**a)** $A(t)=\left(e^{t}-1\right)\left(e^{t}+1\right)$ **b)** $B(t)=\left(e^{t}+3\right)^{2}$ **c)** $C(t)=\left(e^{2t}-2\right)^{2}$

**Exercice 9.** On considère la fonction $f$ définie pour tout réel $t$ par $f(t)=2e^{-6t}$. Vérifier que, pour tout $t\in\mathbb{R}$,

$$f'(t)+6f(t)=0.$$

**Exercice 10.** Déterminer la fonction dérivée, sous forme factorisée, de la fonction $f$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont l'expression est la suivante.

**a)** $f(x)=(x+1)e^{x}$ **b)** $f(x)=(-2x+3)\,e^{x}$ **c)** $f(x)=x^{2}e^{x}$ **d)** $f(x)=\left(x^{2}-3x+1\right)e^{x}$

**Exercice 11.** Déterminer la fonction dérivée, sous forme factorisée, de la fonction $f$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ dont l'expression est la suivante.

**a)** $f(x)=\dfrac{e^{x}}{x}$ **b)** $f(x)=\dfrac{x}{e^{x}-1}$

**Exercice 12.** 1. Montrer que, pour tout réel $t$, on a

$$3t^2 + 5t - 2 = (3t-1)(t+2).$$

2. En déduire la résolution de $(3t^2 + 5t - 2)e^{2t-1} = 0$.

**Exercice 13.** Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

**a)** $e^{x-4} = e$ **b)** $e^{x^2+x} = 1$ **c)** $e^{-x^2} = \dfrac{1}{e}$ **d)** $3 + e^x = 1$