Exercice 1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

1. Soit h un réel non nul. Exprimer $f(1+h) - f(1)$ en fonction de h.
2. Montrer que f est dérivable en 1 et donner la valeur du nombre dérivé de f en 1.

Exercice 2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + x$.

1. Soit h un réel non nul. Exprimer $f(2+h) - f(2)$ en fonction de h.
2. Montrer que f est dérivable en 2 et donner la valeur du nombre dérivé de f en 2.

Exercice 3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.

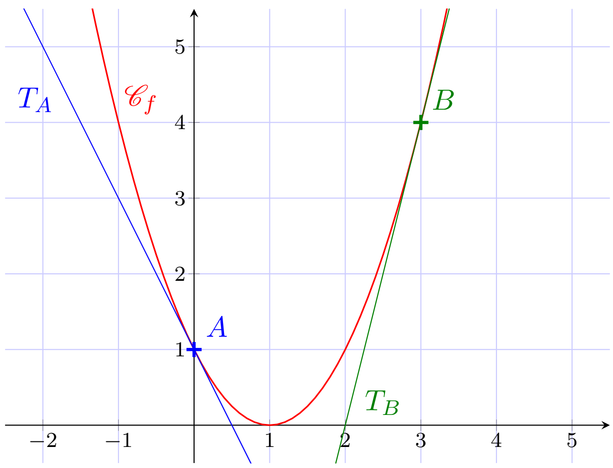
1. Vérifier que pour tous réels a et b, on a $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
2. Soit h un réel non nul. Exprimer le quotient $\frac{(2+h)^3 - 2^3}{h}$ en fonction de h.
3. En déduire que f est dérivable en 2 et calculer $f'(2)$.

Exercice 4. On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3; 3]$ dont on donne le tableau de valeurs suivant.

$\mathbf{x}$	-3	-2	0	$\frac{3}{2}$	3
$\mathbf{f(x)}$	-2	0	2	0	-4
$\mathbf{f'(x)}$	0	2	0	$-\frac{5}{2}$	0

Tracer une courbe représentative possible pour la fonction f dans un repère orthonormé.

Exercice 5.



Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2; 4]$ dont on donne une représentation graphique $\mathscr{C}_f$ ci-contre. Les doites T_A et T_B sont les tangentes respectives en A et en B à $\mathscr{C}_f$.

1. Par lecture graphique, déterminer la valeur du nombre dérivé de f en 0.
2. Déterminer $f'(3)$ graphiquement.

Exercice 6. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. Soient deux réels $a > 0$ et $h \neq 0$ tels que $a + h > 0$.

1. Déterminer $f(a+h) - f(a)$ en fonction de h.
2. En déduire une expression du taux de variation $\tau(h)$ de f en a.
3. Que peut-on dire de $\tau(h)$ lorsque h devient de plus en plus proche de 0 ?
4. Justifier alors que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et exprimer $f'(a)$.
5. Démontrer que f est dérivable sur $]-\infty; 0[$ et exprimer $f'(a)$ lorsque a est un réel strictement négatif.

Exercice 7. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = 3\sqrt{x}$. On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on donne $f'(1) = \frac{3}{2}$ et $f'(2) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$. Déterminer l'équation réduite de chacune des tangentes à la courbe de f aux points d'abscisses 1 et 2.

Exercice 8. Pour les fonctions suivantes, donner l'ensemble de dérivabilité et la fonction dérivée.

a) $f : x \mapsto 4x - 7$ **b)** $g : x \mapsto x^4$ **c)** $h : x \mapsto (2x-1)(x+3)$ **d)** $t : x \mapsto (x^2 - x + 2)(2x^3 - 4)$

Exercice 9.

1. (a) Calculer $f'(x)$ pour $f(x) = (2x+3)(1-4x)$ définie sur $\mathbb{R}$.
   (b) Déveloper et réduire $f(x)$ et calculer la dérivée de l'expression obtenue.
2. (a) Calculer $g'(x)$ pour $g(x) = (x^2-1)(x^3+x)$ définie sur $\mathbb{R}$.
   (b) Déveloper et réduire $g(x)$ et calculer la dérivée de l'expression obtenue.

Exercice 10. Soit f et g les fonctions définies par $f(x) = \sqrt{x}(x+1)$ et $g(x) = \sqrt{x}(x^2 - x + 1)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition et de dérivabilité des fonctions f et g.
2. Calculer $f'(x)$ et $g'(x)$.

Exercice 11.

1. Soit f la fonction définie sur $I = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$ par $f(x) = \frac{4}{2x-3}$. Calculer $f'(x)$ pour $x \in I$.
2. Soit g la fonction définie sur $J = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{4}\right\}$ par $g(x) = \frac{2}{1-4x}$. Calculer $g'(x)$ pour $x \in J$.

Exercice 12.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 4x^2 + 5x - 6$. Calculer $g'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 13.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x-1)^5$. Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (7x+2)^4$. Calculer $g'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $h(x) = \sqrt{3x}$. Calculer $h'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}_+^*$.

Exercice 14.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-2}{x^2+x+1}$. Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{3}{x^4+1}$. Calculer $g'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 15. Soit f une fonction définie sur un ensemble I de $\mathbb{R}$. Dans chaque cas, préciser l'ensemble de dérivabilité de f et calculer $f'(x)$.

1. $f(x) = \sqrt{2x+3} + \frac{1}{x}$; $I = \left[-\frac{3}{2}; 0\right[\cup]0; +\infty[$.
2. $f(x) = \sqrt{x-2}(x^2-1)$; $I = [2; +\infty[$.
3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$; $I = \left[-\infty; \frac{1}{2}\right[$.
4. $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x^3}$; $I = [-\infty; 0[\cup]0; 3]$.

Exercices d'approfondissement

Exercice A. Soient deux fonctions u et v définies et dérivables sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. On considère la fonction f définie sur I par $f(x) = u(x) + v(x)$. À l'aide du taux de variation, démontrer que la fonction f est dérivable sur I de dérivée f' définie par $f'(x) = u'(x) + v'(x)$.

Exercice B. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = k$ où k est un réel. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = mx + p$ où m et p sont des réels.

1. Démontrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que sa fonction dérivée f' est la fonction constante égale à 0.
2. Démontrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que sa fonction dérivée g' est la fonction constante égale à m.