Exercice 1

Préciser si la fonction définie sur $\mathbb{R}$ est une fonction polynôme du second degré. Si oui, identifier les coefficients a, b, c dans l'expression $ax^2 + bx + c$.

a) $f(x) = 3x(x+2) - 5x$ **b)** $g(x) = (2x+1)^2 - 4x^2$

c) $h(x) = (x-2)^2 - (x+2)^2$ **d)** $k(x) = 5(x^2 - 3)$

Exercice 2

Compléter pour mettre sous forme canonique.

a) $x^2 - 2x + 3 = (x - \dots)^2 + \dots$ **b)** $x^2 + 2x + 3 = (x - \dots)^2 + \dots$

c) $x^2 + 2x - 3 = (x - \dots)^2 - \dots$ **d)** $3x^2 - 6x + 1 = \dots(x - \dots)^2 + \dots$

e) $3x^2 + 6x + 1 = \dots(x - \dots)^2 + \dots$ **f)** $3x^2 - 6x - 1 = \dots(x - \dots)^2 + \dots$

Exercice 3

Pour les fonctions suivantes, déterminez la forme canonique, puis les variations et le maximum ou minimum. Vérifiez vos résultats en regardant la représentation graphique de la fonction.

1. La fonction f_1 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_1(x) = x^2 - 2x + 1$.
2. La fonction f_2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_2(x) = -x^2 + 4x - 5$.

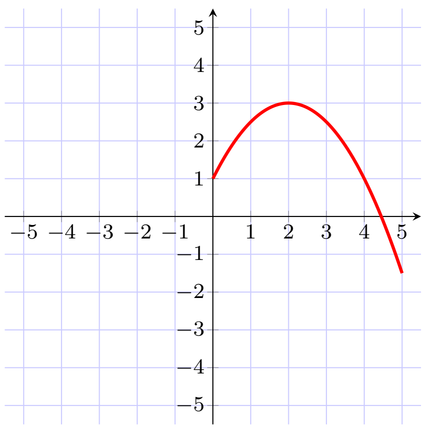
Exercice 4

1. Montrer que $4(x - 1{,}5)^2 - 9$ est la forme canonique de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par
$$g(x) = 4x^2 - 12x.$$
2. En déduire le tableau de variations de g.

Exercice 5

Une fonction f polynôme du second degré est représentée graphiquement ci-contre sur l'intervalle $[0; 5]$.

— Déduire de cette représentation graphique la forme canonique de de la fonction f.



Exercice 6

La quantité de sucre $q(x)$ (en kg) présente dans 100 kg de betteraves sucrières est donnée par
$$q(x) = -0{,}004x^2 + x - 40$$
où x est la masse (en kg) d'engrais répandue à l'hectare, avec $x \in [60; 180]$.

1. Montrer que, pour tout $x \in [60; 180]$, on a
$$q(x) = -0{,}004(x - 125)^2 + 22{,}5.$$
2. En déduire, à l'aide du tableau de variations de q, la masse x d'engrais répandue à l'hectare pour que la quantité du sucre soit maximale.

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ en utilisant la méthode la plus pertinente.

a) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$ **b)** $x^2 + 7x = 0$

c) $5x^2 + 7x + 18 = 0$ **d)** $x^2 + x + 1 = 0$

Exercice 8

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = x^2 + 3x - 5.$$
   (a) Tracer la courbe représentative de f avec la calculatrice.
   (b) Donner les valeurs approchées des éventuelles solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = 0$.
   (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$$g(x) = 2x^2 + 3.$$
   (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$.
   (b) Que peut-on déduire pour les courbes représentatives de f et g ? Vérifier à l'aide de la calculatrice.

Exercice 9

Pour chacune des fonctions polynôme du second degré, déterminer ses racines éventuelles et une forme factorisée le cas échéant.

a) $f : x \mapsto 4x^2 + x + 9$ **b)** $g : x \mapsto 4x^2 + 13x + 9$

Exercice 10

1. Dresser le tableau de variation des fonctions f et g suivantes définies sur $\mathbb{R}$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations $f(x) \geq 0$ et $g(x) < 0$.

a) $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 6x + 18$ **b)** $g(x) = -2x^2 + 8x - 6$

Exercice 11

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a) $4x^2 - 7 \leq 0$ **b)** $3x^2 - 5x < 4x + 5$

Exercice 12

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{10x}{x^2 + 2x + 4}.$$

1. Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.
2. À l'aide de la calculatrice, conjecturer le signe de la fonction f.
3. Dresser le tableau de signes de $f(x)$, puis valider ou corriger la conjecture émise à la question précédente.

Exercice 13

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

(a) Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ par rapport à l'axe des abscisses.

(b) Dresser par le calcul le tableau de signes de la fonction f, puis valider ou corriger la conjecture précédente.

2. On considère maintenant la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^2 + x + 1.$$

(a) Étudier le signe de $f(x) - g(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x.

(b) Que peut-on déduire pour les représentations graphiques de f et g ?

(c) Vérifier à l'aide de la calculatrice.

Exercice 14

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 15x^3 - 34x^2 - 47x + 42.$$

1. À l'aide de la calculatrice, conjecturer une solution entière de l'équation $f(x) = 0$.
2. Déterminer les valeurs des nombres réels a,b,c tels que, pour tout réel x, on ait

$$f(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c).$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
4. Rechercher (sur internet, par exemple) s'il existe une méthode générale de résolution des équations du troisième degré.