

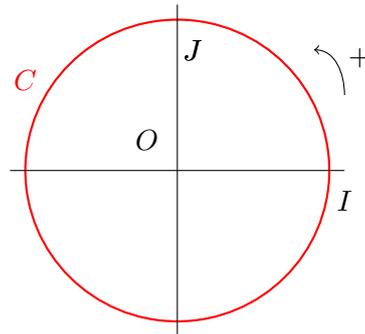
## Chapitre 4 : Trigonométrie

### 1 Cercle trigonométrique et radian

#### 1.1 Cercle trigonométrique

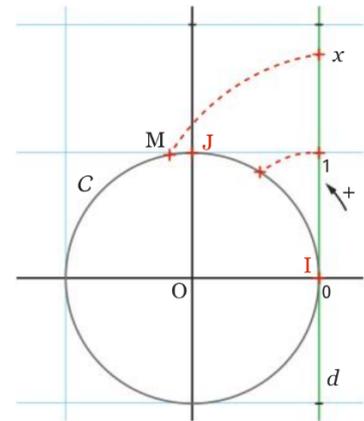
##### Définition 1 (Cercle trigonométrique)

Dans un repère orthonormé  $(O; I, J)$ , le **cercle trigonométrique**  $C$  est le cercle de centre  $O$  et de rayon 1, orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, appelé **sens direct** ou encore **sens trigonométrique**.



#### 1.2 Enroulement de la droite numérique

On place la droite numérique perpendiculaire à  $(OI)$  telle que le 0 de la droite numérique coïncide avec le point  $I$  et on l'oriente dans le sens de  $O$  vers  $J$  (vers le haut). On enroule la demi-droite des réels positifs sur le cercle  $C$  dans le sens trigonométrique et la demi-droite des réels négatifs sur le cercle  $C$  dans le sens indirect.



##### Définition 2 (Point image)

À chaque nombre réel  $x \in \mathbb{R}$  de la droite numérique, on associe un unique point  $M$  du cercle trigonométrique que l'on appelle **point image**.

##### Propriété 1

Deux nombres réels  $x$  et  $x'$  de la droite numérique ont le même point image sur  $C$  si et seulement si

$$x = x' + k \times 2\pi$$

avec  $k \in \mathbb{Z}$ .

##### Exemple 1

En remarquant que

$$\pi = 3\pi - 1 \times 2\pi = -5\pi + 3 \times 2\pi,$$

on en déduit que  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $-5\pi$  ont le même point image sur le cercle trigonométrique : le point de coordonnées  $(-1; 0)$ .

**Application 2**

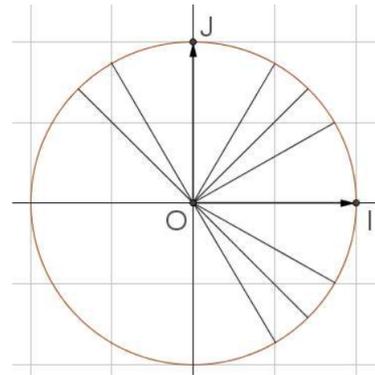
Relier les nombres qui ont le même point image.

- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| (1) $-\frac{3\pi}{2}$ | (a) $2\pi$           |
| (2) $-\frac{\pi}{4}$  | (b) $\frac{\pi}{2}$  |
| (3) $0$               | (c) $\pi$            |
| (4) $-\pi$            | (d) $\frac{7\pi}{4}$ |

**Application 3**

Placer les points associés aux réels suivants :

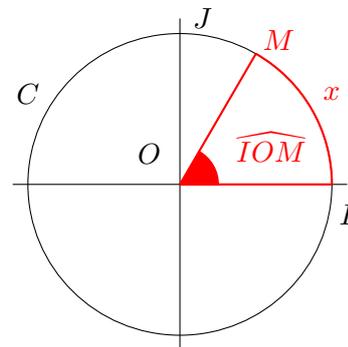
- |                  |                  |                 |
|------------------|------------------|-----------------|
| $0$              | $\pi$            | $2\pi$          |
| $\frac{\pi}{2}$  | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{4}$ |
| $\frac{3\pi}{4}$ | $-\pi$           | $\frac{\pi}{3}$ |
| $\frac{4}{3}$    | $\frac{4}{3}$    | $\frac{\pi}{6}$ |
| $\frac{2\pi}{3}$ | $-\pi$           | $\frac{\pi}{6}$ |
| $-\frac{\pi}{6}$ | $\frac{4}{3}$    | $\frac{\pi}{6}$ |



**1.3 Angle en radian**

**Définition 3** (Mesure en radian)

Soit  $M$  un point du cercle trigonométrique. On appelle **mesure en radian de l'angle orienté**  $(\vec{OI}, \vec{OM})$  tout nombre réel  $x \in \mathbb{R}$  associé au point  $M$ .



**Propriété 2**

Les mesures, en degrés ou en radians, d'un angle géométrique, sont **proportionnelles**. On a ainsi le tableau de proportionnalité ci-contre. On a donc  $\pi d = 180\alpha$  ou  $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{d}{180}$ .

Mesure en degrés	180	$d$
Mesure en radians	$\pi$	$\alpha$

**Application 4**

Compléter le tableau suivant.

Mesure en degrés	0	30	45	60	90	180	270	360
Mesure en radians						$\pi$		

**Application 5**

- Exprimer, en radians, une mesure de  $50^\circ$ .
- Exprimer, en degrés, une mesure de  $\frac{7\pi}{16}$  radians.

## 2 Cosinus et sinus

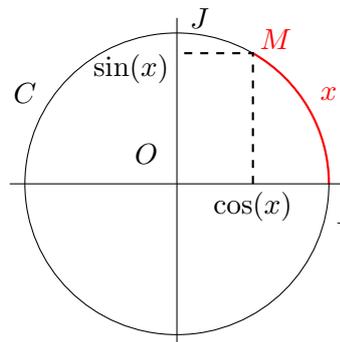
### 2.1 Généralités

#### Définition 4 (Cosinus et sinus)

On considère un réel  $x \in \mathbb{R}$  ayant pour image le point  $M$  sur le cercle trigonométrique.

- L'abscisse du point  $M$  est appelée **cosinus** de  $x$ . On la note  $\cos(x)$ .
- L'ordonnée du point  $M$  est appelée **sinus** de  $x$ . On la note  $\sin(x)$ .

Les coordonnées du point  $M$  sont donc  $M(\cos(x); \sin(x))$ .



#### Propriété 3

Pour tout nombre réel  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

- $-1 \leq \cos(x) \leq 1$
- $-1 \leq \sin(x) \leq 1$
- $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ .

Et pour tout entier relatif  $k \in \mathbb{Z}$ , on a

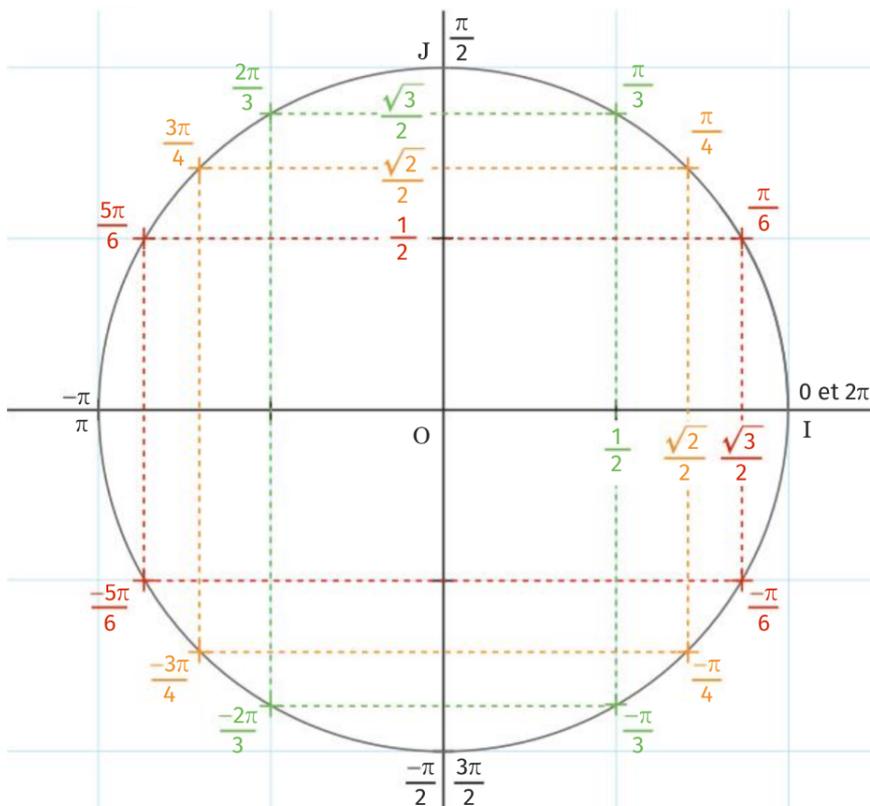
- $\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$
- $\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$

### 2.2 Valeurs remarquables

Certaines valeurs du cosinus et du sinus sont à connaître **par cœur** ♡.

<b>Angle</b>	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

<b>Angle</b>	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos(x)$	0	-1	0	1
$\sin(x)$	1	0	-1	0



#### Application 6

1. Donner les coordonnées du point image associé au réel  $\frac{3\pi}{4}$ .
2. Donner les coordonnées du point image associé au réel  $\frac{5\pi}{6}$ .
3. Donner les coordonnées du point image associé au réel  $-\frac{\pi}{2}$ .